

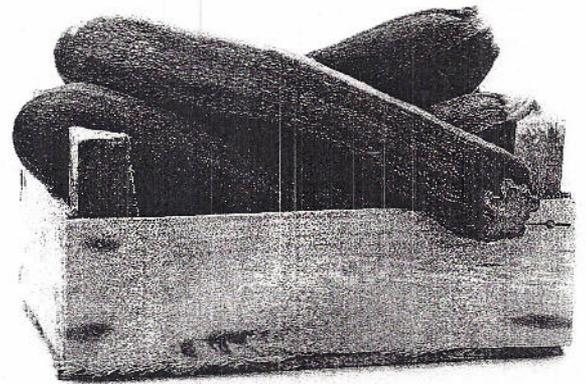
7 PROPORZIONALITÀ DIRETTA E INVERSA

■ **Parole chiave:** grandezze, variabile indipendente, variabile dipendente, funzioni matematiche, rappresentazione grafica, costante di proporzionalità



GRANDEZZE DIRETTAMENTE PROPORZIONALI

Gli alunni di una scuola coltivano un orto nel giardino scolastico. In questo periodo dell'anno stanno maturando le zucchine. I ragazzi decidono di fare un mercatino e stabiliscono di vendere le zucchine a 2 € al chilogrammo. Possiamo mettere in relazione l'incasso totale con i chilogrammi di zucchine venduti?



In questo tipo di operazione ci sono 2 grandezze che possono cambiare:

- i chili di zucchine che i ragazzi venderanno;
- l'incasso che i ragazzi potranno realizzare che dipende da quante zucchine riusciranno a vendere.

Completa la tabella:

Zucchine vendute (kg)	0	1	2	3	4	6
Incasso (€)	0	2				

Ti accorgi che se i chili di zucchine raddoppiano, triplicano... anche l'incasso raddoppia, triplica... ecc.

Le due grandezze si comportano secondo la relazione detta di **proporzionalità diretta**.

- I chili di zucchine venduti sono chiamati **variabile indipendente** e si indicano con x .
- L'incasso realizzato dalla vendita è detto **variabile dipendente** e si indica con y .
- 2 €/kg è il prezzo unitario ed è il **coefficiente di proporzionalità**.

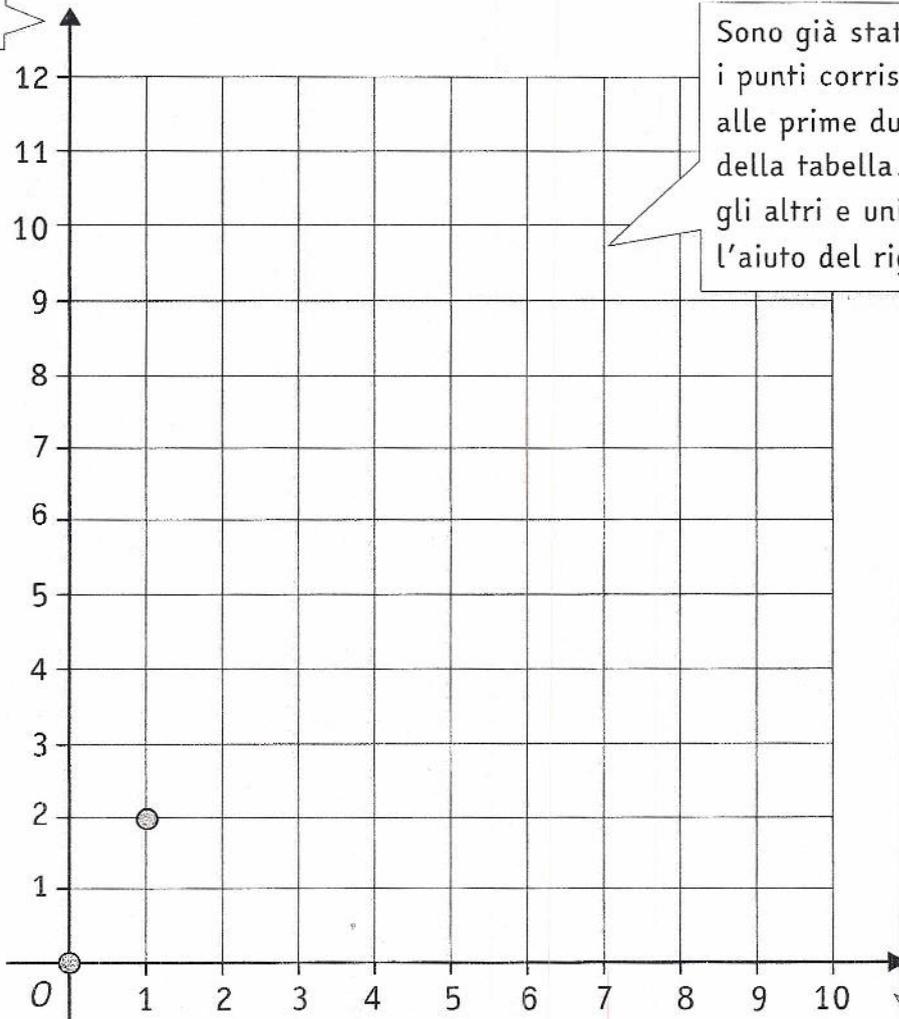
Possiamo scrivere la legge matematica che ci permette di calcolare l'incasso in base ai chili di zucchine venduti.

$$\begin{array}{r} \text{incasso} = 2 \cdot \text{chili di zucchine vendute} \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ y \qquad \qquad \qquad = 2 \cdot x \end{array}$$

Si dice che l'incasso in euro è funzione dei chili di zucchine venduti.

Puoi rappresentare nel piano cartesiano disegnato qui sotto i punti che corrispondono alle coppie di grandezze scritte nella tabella alla pagina precedente.

= incasso in €



Sono già stati disegnati i punti corrispondenti alle prime due coppie della tabella. Trova tu gli altri e uniscili con l'aiuto del righello.

x = chili di zucchine venduti

Il grafico della funzione è una **semiretta** che parte dall'origine degli assi.

» segue

 Una funzione matematica è una legge matematica (operazione) che lega una grandezza, y , detta variabile dipendente, a un'altra grandezza, x , detta variabile indipendente, che cambia in maniera arbitraria.

 Due grandezze sono direttamente proporzionali se al raddoppiare, triplicare ecc. della variabile indipendente, anche la variabile dipendente raddoppia, triplica ecc. Esse sono legate dalla legge:

$$y = k \cdot x$$



Esercizi

1 Sono grandezze direttamente proporzionali? Completa la tabella.

Grandezza 1	Grandezza 2	Dirett. prop.	Variabile ind. (x)	Variabile dip. (y)
perimetro del quadrato	lato del quadrato	sì	lato del quadrato	perimetro del quadrato
altezza di una persona	misura di piede di una persona			
metri di stoffa venduti	incasso in €			
guadagno	ore di lavoro			
consumo di benzina	numero di km percorsi			
età di un ragazzo	altezza			

 segue

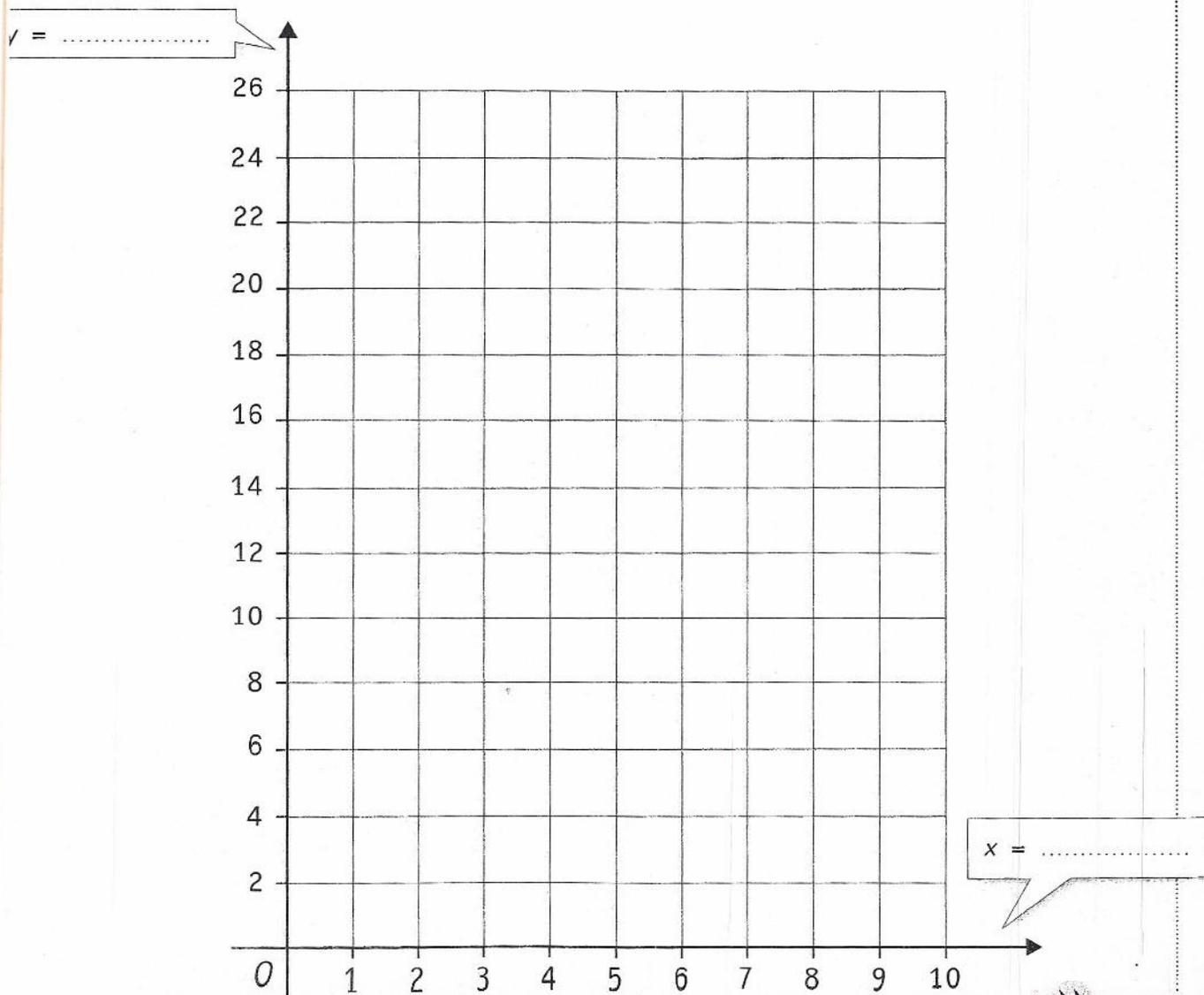
2 Esiste una relazione tra il numero di conigli in una conigliera e il numero delle corrispondenti zampe? Completa:

- Il numero dei conigli = x è la variabile
- Il numero totale delle zampe = y è la variabile
- Il coefficiente di proporzionalità è = numero delle zampe di un solo coniglio.
- La funzione è $y = \dots \cdot x$.

Completa la tabella:

Numero di conigli (x)	0	1	2	3	4	6
Numero di zampe (y)	0					

Usa il piano cartesiano per disegnare il grafico della funzione.



» segue

- 3 Osserva e completa la tabella che si riferisce a due grandezze direttamente proporzionali.

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15
$y : x$	$3 : 1 = \dots$	$6 : 2 = \dots$	$9 : \dots = \dots$	$12 : \dots = \dots$	$\dots : \dots = \dots$

Il rapporto $y : x$ ha sempre lo stesso risultato. Si tratta del coefficiente di proporzionalità.

La funzione che lega y a x sarà:

$$y = \dots \cdot x$$

- 4 Osserva e completa la tabella che si riferisce a due grandezze direttamente proporzionali.

x	5	10	15	20	25
y	10	20	30	40	50
$y : x$	$10 : 5 = \dots$	$\dots : \dots = \dots$			

Completa:

$$k = \dots \quad y = \dots \cdot x$$

- 5 Disegna sul tuo quaderno il grafico della funzione dell'esercizio 4.



GRANDEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI

Il signor Luigi deve tinteggiare la facciata di una casa. Ha calcolato che se esegue il lavoro da solo ci impiegherà 12 giorni, perdendo così molto tempo. Aiuta il signor Luigi a calcolare i giorni necessari a completare il lavoro se chiama altre persone a tinteggiare la casa insieme a lui.

Il numero di imbianchini e i giorni di lavoro necessari sono 2 grandezze variabili.

Indichiamole così:

- persone che lavorano = variabile indipendente (x);
- giorni di lavoro = variabile dipendente (y).

» segue

Completa la tabella:

Persone che lavorano (x)	1	2	3	4		
Giorni di lavoro (y)	12	6	4			
$y \cdot x$	$12 \cdot 1 = 12$	$2 \cdot 6 = \dots$	$\dots \cdot \dots = \dots$			

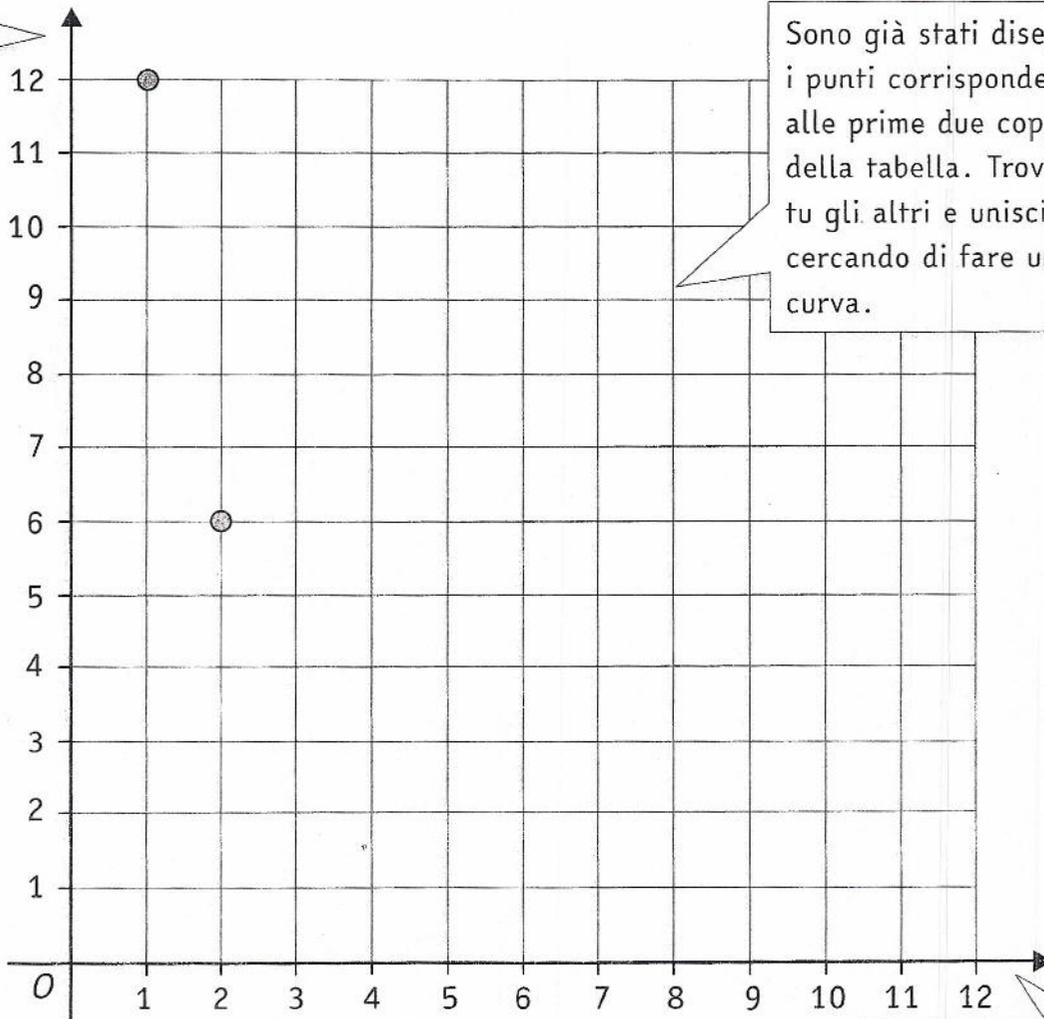
Al raddoppiare del numero delle persone che lavorano, i giorni di lavoro dimezzano.

Si dice che le due grandezze y e x sono **inversamente proporzionali**. Il coefficiente di proporzionalità è 12.

La funzione è: $y = \frac{12}{x}$

Puoi rappresentare nel piano cartesiano disegnato qui sotto i punti che corrispondono alle coppie di grandezze scritte nella tabella.

$y =$ giorni di lavoro



Sono già stati disegnati i punti corrispondenti alle prime due coppie della tabella. Trova tu gli altri e uniscili cercando di fare una curva.

$x =$ n. imbianchini

Il grafico che hai disegnato si chiama **iperbole**.

➤ segue



Due grandezze sono **inversamente proporzionali** se al raddoppiare, triplicare ecc. della variabile indipendente (x), la variabile dipendente (y) dimezza, diventa un terzo (cioè si divide per 3) ecc. Esse sono legate dalla legge:

$$y = \frac{k}{x}$$

**Esercizi**

6 Sono grandezze inversamente proporzionali? Completa la tabella.

Grandezza 1	Grandezza 2	Inversamente proporzionali
numero operai	giorni impiegati per fare un certo lavoro	sì
lato del quadrato	area del quadrato	
lunghezza passo	numero di passi per coprire un certo percorso	
temperatura di un ambiente	orario nella giornata	
velocità di un'automobile	tempo impiegato a percorrere una distanza	

7 La tabella sotto rappresenta come varia la durata di una scorta di viveri su una barca in base al numero di navigatori che partecipano a una regata. Completa la tabella.

Numero navigatori (x)	1	2	3	4		8	12
Durata della scorta di viveri in giorni (y)	24	12		6			

Rispondi alle seguenti domande.

- x e y sono grandezze inversamente proporzionali?
- Qual è la costante di proporzionalità? $k = \dots \cdot \dots = \dots$
- Se la regata non può essere più lunga di 6 giorni, quanti possono essere al massimo i navigatori ospitati sulla barca?

 8 Disegna sul tuo quaderno il grafico della tabella dell'esercizio 7.

 9 Completa la tabella che si riferisce alla funzione $y = \frac{16}{x}$. Segui gli esempi.

x	1	2	4	8	16
y	$16 : 1 = \dots$	$16 : 2 = \dots$			

Disegna nel piano cartesiano qui sotto il grafico corrispondente alla tabella.

