

16 LE FRAZIONI

■ **Parole chiave:** *numeratore, denominatore, rappresentare una frazione, unità frazionaria, frazione propria, frazione impropria, frazione apparente*



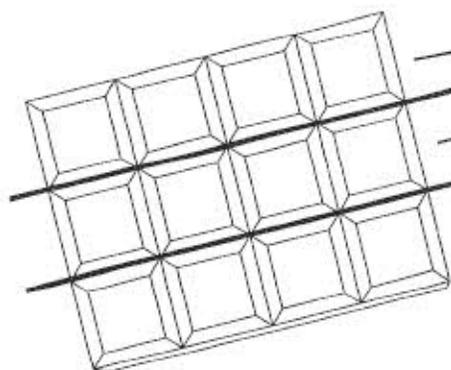
SAI CHE COS'È UNA FRAZIONE?

Che cosa vuol dire frazionare? Proviamo a dare una risposta.

Luca ha portato a scuola una tavoletta di cioccolata e la vuole dividere con i suoi amici Alessandro e Paolo. È possibile?

Quanti sono i bambini che devono dividersi la cioccolata?

Usa dei colori diversi per evidenziare la parte che spetterà a ciascun bambino.

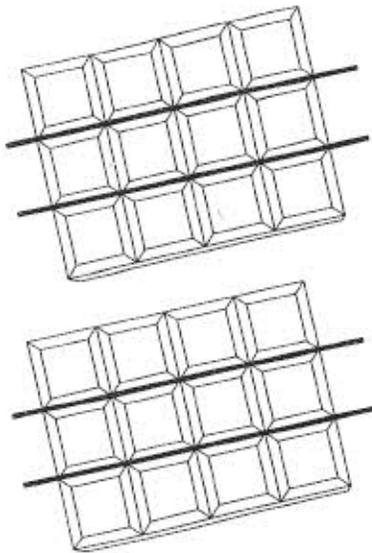


1 tavoletta è stata divisa in 3 parti uguali. Abbiamo fatto $1 : 3$ che può essere indicato anche con la frazione $\frac{1}{3}$: ogni bambino avrà 1 delle 3 parti in cui è stata divisa la tavoletta.

» segue

E se le tavolette da dividere sono 2?

Anche in questo caso usa colori diversi per distinguere le parti che spetteranno a ogni bambino.



Abbiamo diviso 2 tavolette in 3 parti uguali.

Abbiamo fatto $2 : 3$ che può essere

indicato anche con la frazione $\frac{2}{3}$: ogni bambino riceverà 2 parti da $\frac{1}{3}$ ciascuna.

***** Frazionare significa dividere una grandezza, un oggetto, una quantità, ... in parti uguali.

Osserva:

numeratore

linea di frazione

denominatore

$\frac{2}{3}$

Questa frazione: si legge due terzi.

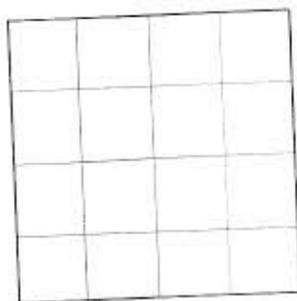
» segue

Classe prima



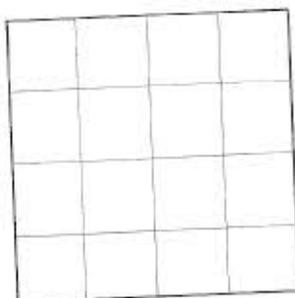
Esercizi

1



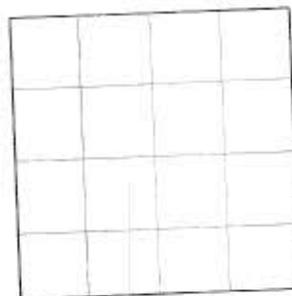
Dividi il quadrato in 2 parti e colorane 1. Che frazione hai colorato?

.....



Dividi il quadrato in 4 parti e colorane 1. Che frazione hai colorato?

.....



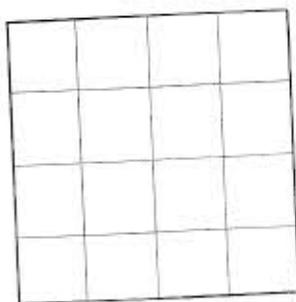
Dividi il quadrato in 8 parti e colorane 1. Che frazione hai colorato?

.....

Le frazioni che hai colorato si dicono **unità frazionarie**.

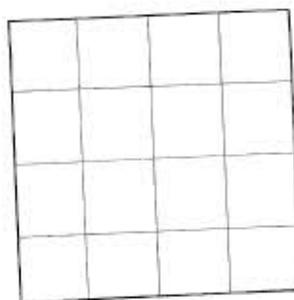
☀ L'unità frazionaria è una sola delle parti in cui viene diviso l'intero.

2



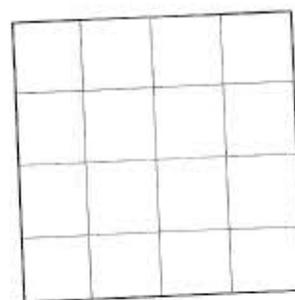
Dividi il quadrato in 4 parti e colorane 3. Che frazione hai colorato?

.....



Dividi il quadrato in 8 parti e colorane 5. Che frazione hai colorato?

.....

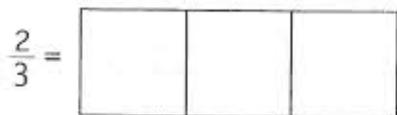


Dividi il quadrato in 16 parti e colorane 9. Che frazione hai colorato?

.....

» segue

3 Guarda gli esempi qui sotto:



Il denominatore ci dice quanti quadretti mettere nella striscia, il numeratore ci dice quanti ne devo colorare.

Disegna ora le seguenti frazioni seguendo gli esempi e le indicazioni date:

$\frac{3}{5}$;

$\frac{4}{7}$;

$\frac{3}{4}$;

$\frac{7}{10}$;

$\frac{5}{12}$

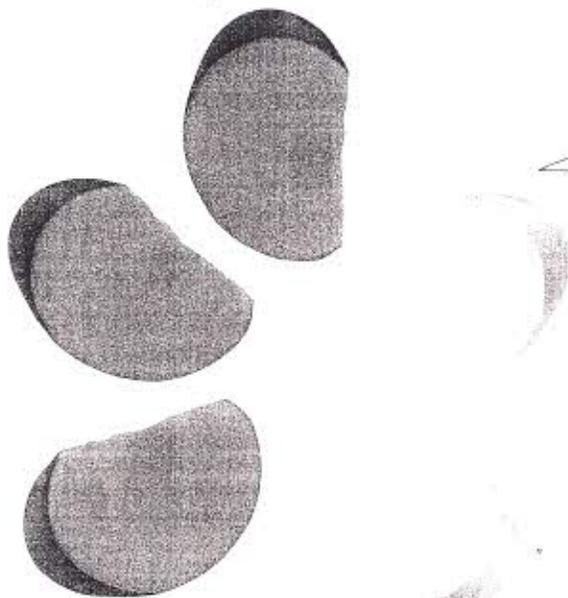


FRAZIONI PROPRIE, IMPROPRIE E APPARENTI

Frazioni proprie

Le frazioni che abbiamo disegnato fino a ora sono frazioni che indicano alcune parti di un intero, quindi indicano una grandezza più piccola dell'intero su cui abbiamo operato.

Osserva la figura:



La mela è stata divisa in 5 parti uguali.
 Ogni spicchio vale $\frac{1}{5}$ (unità frazionaria).
 Gli spicchi grigi sono i $\frac{3}{5}$ (frazione propria perché indica una grandezza più piccola dell'intero).

Una frazione propria indica una grandezza più piccola dell'intero su cui abbiamo operato. Il numeratore è sempre minore del denominatore.

» segue



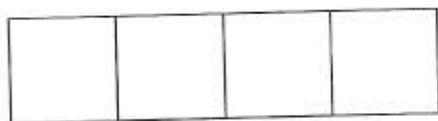
Frazioni improprie

Proviamo a disegnare la frazione $\frac{7}{4}$. Ci basta una striscia da 4 elementi?

Proviamo:



Per ora abbiamo colorato solo 4 parti. Ma il numeratore ci indica che le parti devono essere 7.



Aggiungiamo un'altra striscia da 4 elementi (come indica il denominatore) e coloriamo ancora 3 parti.

In tutto abbiamo colorato 7 parti da $\frac{1}{4}$, cioè abbiamo colorato $\frac{7}{4}$.



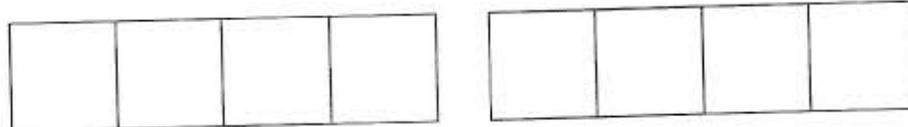
Una frazione impropria indica una grandezza più grande dell'intero su cui abbiamo operato. Il numeratore è sempre maggiore del denominatore.



Frazioni apparenti

Proviamo a disegnare la frazione $\frac{8}{4}$.

Quante strisce da 4 elementi dobbiamo disegnare?



Quante parti di ogni striscia si devono colorare? Colorale tu.

Sono avanzate delle parti bianche?

Hai colorato parti da $\frac{1}{4}$, cioè due strisce intere.

Le frazioni come $\frac{8}{4}$, che in realtà corrispondono a numeri interi, si dicono apparenti.



Una frazione apparente indica delle quantità intere. Il numeratore è sempre uguale o multiplo del denominatore.

» segue



Esercizi

- 4 Disegna, come abbiamo fatto nella pagina precedente, le seguenti frazioni improprie:

$$\frac{16}{3}; \quad \frac{13}{7}; \quad \frac{11}{9}; \quad \frac{15}{6}; \quad \frac{17}{5}; \quad \frac{7}{4}$$

- 5 Disegna, come abbiamo fatto nella pagina precedente, le seguenti frazioni apparenti:

$$\frac{12}{3}; \quad \frac{18}{6}; \quad \frac{10}{5}; \quad \frac{14}{7}; \quad \frac{15}{3}; \quad \frac{8}{2}$$

 **Attenzione!** Per capire quante strisce devi disegnare basta dividere il numeratore per il denominatore; per esempio $12 : 3 = 4$ strisce

- 6 Completa la seguente tabella, trascrivendo le frazioni date nelle colonne esatte.

Frazione data	Frazione propria	Frazione impropria	Frazione apparente
$\frac{2}{5}$			
$\frac{15}{3}$			
$\frac{11}{3}$			
$\frac{4}{8}$			
$\frac{10}{2}$			
$\frac{3}{6}$			



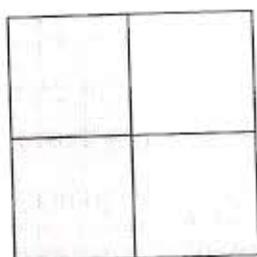
17 FRAZIONI EQUIVALENTI

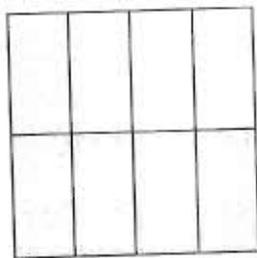
■ **Parole chiave:** *frazioni equivalenti, riduzione ai minimi termini, confronto di frazioni, minimo comune denominatore*

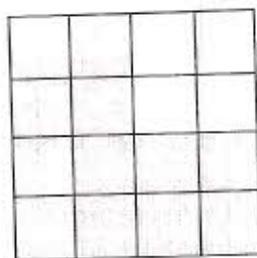


FRAZIONI CHE RAPPRESENTANO QUANTITÀ UGUALI

Osserva i quadrati disegnati qui sotto e scrivi la frazione rappresentata dalla parte colorata.







Le frazioni che hai scritto non hanno né il numeratore né il denominatore uguali eppure indicano la stessa quantità.



Frazioni che rappresentano quantità uguali si chiamano **frazioni equivalenti**.



Se diciamo che 2 bambini su 4 (cioè $\frac{2}{4}$) preferiscono il gelato al cioccolato, indichiamo che metà del gruppo (cioè $\frac{1}{2}$) preferisce il gusto cioccolato.

Ma anche 3 bambini su 6 (cioè $\frac{3}{6}$) sono metà di un gruppo (cioè $\frac{1}{2}$); ma anche 4 bambini su 8 (cioè $\frac{4}{8}$) sono ancora $\frac{1}{2}$ di un gruppo.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ sono tutte frazioni equivalenti.

» segue

$$\frac{2}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$$

 Se moltiplico il numeratore e il denominatore di una frazione per uno stesso numero ottengo una frazione equivalente.



Esercizi

- 1 Disegna su delle strisce di 12 quadretti, come quella disegnata qui sotto, le frazioni date e individua quelle che indicano quantità uguali.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

$$\frac{2}{3}; \quad \frac{3}{4}; \quad \frac{5}{6}; \quad \frac{4}{6}; \quad \frac{10}{12}; \quad \frac{9}{12}; \quad \frac{3}{6}; \quad \frac{1}{2}$$

- 2 Scrivi almeno 4 frazioni equivalenti alle frazioni date.

- $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$
- $\frac{7}{3} =$
- $\frac{5}{7} =$
- $\frac{8}{5} =$

- 3 Fra le seguenti coppie di frazioni individua quelle equivalenti segnandole.

- $\frac{7}{15}; \frac{21}{35}$
- $\frac{12}{9}; \frac{4}{3}$
- $\frac{10}{3}; \frac{6}{5}$

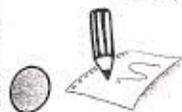
- $\frac{9}{15}; \frac{3}{5}$
- $\frac{6}{27}; \frac{2}{9}$
- $\frac{16}{5}; \frac{3}{10}$

- 4 Completa la catena di uguaglianze data.

$$\frac{2}{5} = \frac{\dots}{10} = \frac{\dots}{15} = \frac{8}{\dots} = \frac{10}{\dots} = \frac{\dots}{30} = \frac{\dots}{35}$$



» segue



RIDURRE UNA FRAZIONE AI MINIMI TERMINI

Abbiamo detto che per costruire frazioni equivalenti moltiplichiamo numeratore e denominatore per uno stesso numero. Spesso però è molto più utile lavorare con frazioni che hanno numeratore e denominatore piccoli.

Ad esempio anche se $\frac{21}{35}$ e $\frac{3}{5}$ sono equivalenti (otteniamo la prima dalla seconda moltiplicando il numeratore e il denominatore per 7) è più facile disegnare $\frac{3}{5}$ piuttosto che $\frac{21}{35}$.

La frazione $\frac{3}{5}$ si dice che è ridotta ai minimi termini, mentre $\frac{21}{35}$ non lo è.

 Per ridurre una frazione ai minimi termini si devono dividere numeratore e denominatore per uno stesso numero fino a quando non si trovano più divisori in comune.

Proviamo a ridurre ai minimi termini la frazione $\frac{6}{8}$.

$$\frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$$

Abbiamo diviso numeratore e denominatore per 2.
 $\frac{3}{4}$ non è più riducibile.

Facciamo un altro esempio.

$$\frac{12:2}{30:2} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}$$

Abbiamo diviso numeratore e denominatore per 2 e dopo per 3.
 $\frac{2}{5}$ non è più riducibile.

» segue



5 Completa la seguente tabella, come nell'esempio.

Frazione	Riduzione	Riduzione	Frazione ridotta ai minimi termini
$\frac{12}{20}$	$\frac{12:2}{20:2} = \frac{6}{10}$	$\frac{6:2}{10:2} =$	$\frac{3}{5}$
$\frac{21}{28}$	$\frac{21:7}{28:7} =$		
$\frac{48}{30}$	$\frac{48:2}{30:2} =$	$\frac{\dots:3}{\dots:3} =$	
$\frac{30}{40}$	$\frac{30:5}{40:5} =$	$\frac{\dots:2}{\dots:2} =$	

6 Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini, come nell'esempio.

Esempio: $\frac{55}{88} = \frac{\overset{5}{55}}{\underset{8}{88}} = \frac{5}{8}$

Non abbiamo scritto per quanto si divide (11) ma solo il risultato della divisione.

$\frac{10}{15}$; $\frac{42}{36}$; $\frac{24}{28}$; $\frac{9}{6}$; $\frac{20}{25}$; $\frac{30}{50}$

7 Riduci le seguenti coppie di frazioni ai minimi termini e stabilisci se sono equivalenti.

- $\frac{6}{10}$; $\frac{21}{35}$ equivalenti
- $\frac{15}{30}$; $\frac{10}{40}$ equivalenti
- $\frac{24}{36}$; $\frac{10}{15}$ equivalenti
- $\frac{20}{30}$; $\frac{6}{9}$ equivalenti



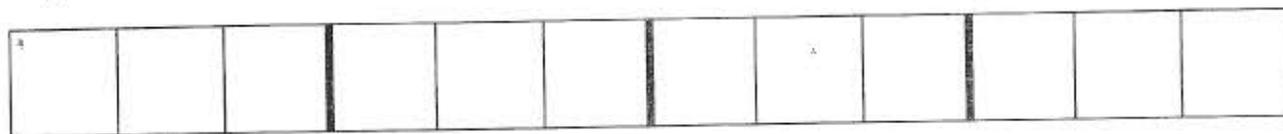


CONFRONTO DI FRAZIONI

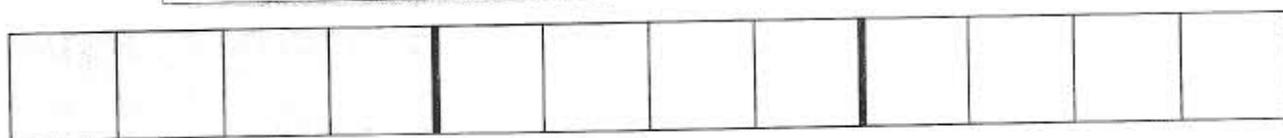
Maria e Pietro hanno due tavolette di cioccolata lunghe 12 quadretti ciascuna.

Maria ne mangia $\frac{1}{4}$ e Pietro ne mangia $\frac{1}{3}$. Chi mangia più cioccolata?

Rappresentiamo le due tavolette e coloriamo la parte mangiata da ciascun ragazzo.



Cioccolata mangiata da Maria

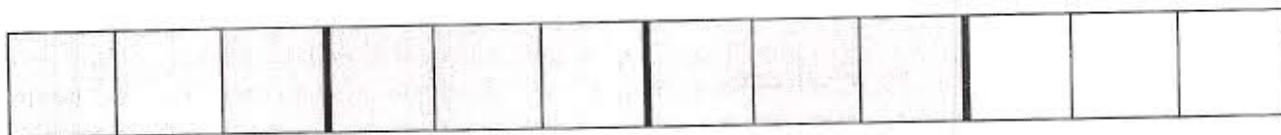


Cioccolata mangiata da Pietro

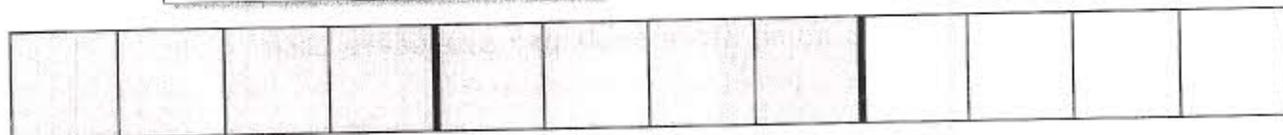
La risposta è: Pietro mangia più cioccolata di Maria.

Anche questa volta Maria e Pietro hanno due tavolette di cioccolata da 12 quadretti ciascuna. Maria ne mangia $\frac{3}{4}$ e Pietro ne mangia $\frac{2}{3}$. Chi mangia più cioccolata?

Facciamo ancora un disegno.



Cioccolata mangiata da Maria



Cioccolata mangiata da Pietro

La risposta è: in questo caso Maria mangia più cioccolata di Pietro.

➤ segue

Nei due esempi abbiamo fatto un **confronto di frazioni**.

 Fare un confronto di due frazioni significa stabilire qual è la **maggiore** o la **minore** o se sono **uguali**.

Per poter fare questo dobbiamo operare su grandezze che possano essere divise in parti uguali dai denominatori di entrambe le frazioni.

Nei casi precedenti 12 (cioè i quadretti delle tavolette di cioccolata) si può dividere sia in 3 parti uguali che in 4 parti uguali. In realtà: $12 = \text{m.c.m.}(3; 4)$.

esercizi

8 Disegna su delle strisce di 10 quadretti le seguenti frazioni.

$$\frac{1}{2}; \quad \frac{2}{5}; \quad \frac{3}{10}; \quad \frac{3}{5}; \quad \frac{4}{5}; \quad \frac{7}{10}$$

Riscrivi le frazioni in ordine crescente:

RIDUZIONE DI FRAZIONI AL DENOMINATORE COMUNE

Per confrontare delle frazioni dobbiamo per forza fare dei disegni?

No, possiamo trasformare le frazioni in altre equivalenti che abbiano il denominatore uguale (**minimo comune denominatore**).

Vogliamo, per esempio, confrontare: $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{6}$.

Calcoliamo il m.c.m. $(5; 6) = 30$

Il nuovo denominatore è 30.

$\frac{4}{5} = \frac{\quad}{30}$ per trovare il nuovo numeratore dobbiamo procedere così:

$$30 : 5 \times 4 = 6 \times 4 = 24 \longrightarrow \frac{4}{5} = \frac{24}{30}$$

$\frac{5}{6} = \frac{\quad}{30}$ per trovare il nuovo numeratore dobbiamo procedere così:

$$30 : 6 \times 5 = 5 \times 5 = 25 \longrightarrow \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$$

» segue

Quindi: poiché $\frac{25}{30} > \frac{24}{30}$ allora $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

Ricorda: per calcolare il minimo comune multiplo tra due numeri puoi usare la fattorizzazione o le tabelline (usa anche la tavola pitagorica).



Esercizi

9 Completa le seguenti uguaglianze per ottenere frazioni equivalenti (segui gli esempi).

Esempi:

- $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{6} \longrightarrow \begin{matrix} 6 : 3 = 2 \\ 2 \times 2 = 4 \end{matrix} \longrightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
- $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{21} \longrightarrow \begin{matrix} 21 : 7 = 3 \\ 3 \times 5 = 15 \end{matrix} \longrightarrow \frac{5}{7} = \frac{15}{21}$

$\frac{7}{9} = \frac{\dots}{27} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$ $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{35} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$

$\frac{5}{6} = \frac{\dots}{36} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$ $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{18} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$

$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{24} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$ $\frac{10}{3} = \frac{\dots}{6} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$

$\frac{4}{5} = \frac{\dots}{25} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$ $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{28} \longrightarrow \begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \longrightarrow \dots$

» segue

10 Trasforma le coppie di frazioni indicate in altre equivalenti con denominatore uguale (da ora in poi si dirà ridurre al minimo comune denominatore).

$$\frac{1}{8}; \frac{3}{4} \text{ m.c.m. } (8; 4) = \dots\dots\dots \quad \frac{3}{8}; \frac{5}{12} \text{ m.c.m. } (8; 12) = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{1}{2}; \frac{1}{5} \text{ m.c.m. } (2; 5) = \dots\dots\dots \quad \frac{3}{4}; \frac{5}{6} \text{ m.c.m. } (4; 6) = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{3}{4}; \frac{7}{10} \text{ m.c.m. } (4; 10) = \dots\dots\dots \quad \frac{5}{6}; \frac{9}{10} \text{ m.c.m. } (6; 10) = \dots\dots\dots$$

.....

11 Riduci le seguenti frazioni allo stesso denominatore.

$$\frac{3}{5}; \quad \frac{2}{3}; \quad \frac{4}{15}; \quad \frac{3}{10}; \quad \frac{5}{6}; \quad \frac{7}{10}$$

Riscrivi qui sotto le frazioni in ordine crescente:

.....

