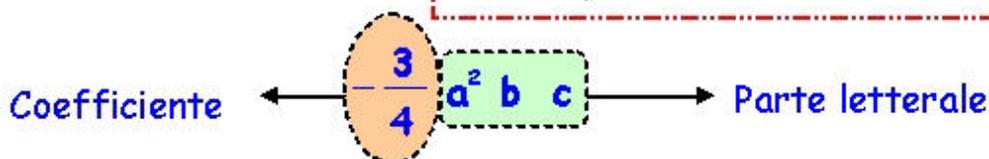




## I MONOMI

I monomi sono «numeri» composti da una parte da numeri e una da lettere



**Monomio intero**  
Perché al denominatore **NON** ci sono lettere

$$\frac{3}{4} a^2 b c$$

**Monomio frazionario**  
Perché al denominatore **ci** sono lettere

$$-3 \frac{a b}{c}$$

## I GRADI

Si dice **GRADO** del monomio **RISPETTO A UNA LETTERA** l'esponente con cui tale lettera figura nel monomio

$$\frac{5}{3} a^2 b^3 c$$

In questo monomio il grado del monomio è:  
2 rispetto alla lettera a  
3 rispetto alla lettera b  
1 rispetto alla lettera c  
La **SOMMA DEI MONOMI** si ottiene  
Sommando gli esponenti  $2 + 3 + 1 = 6$

## I MONOMI POSSONO ESSERE

### SIMILI

se hanno la stessa parte letterale

$$\frac{3}{2} a^2 b^3 c$$

$$+2 a^2 b^3 c$$

### UGUALI

se hanno la stessa parte letterale e lo stesso numero

$$\frac{2}{5} a^2 b$$

$$\frac{2}{5} a^2 b$$

### OPPOSTI

se hanno la stessa parte letterale e lo stesso numero  
MA i segni sono opposti

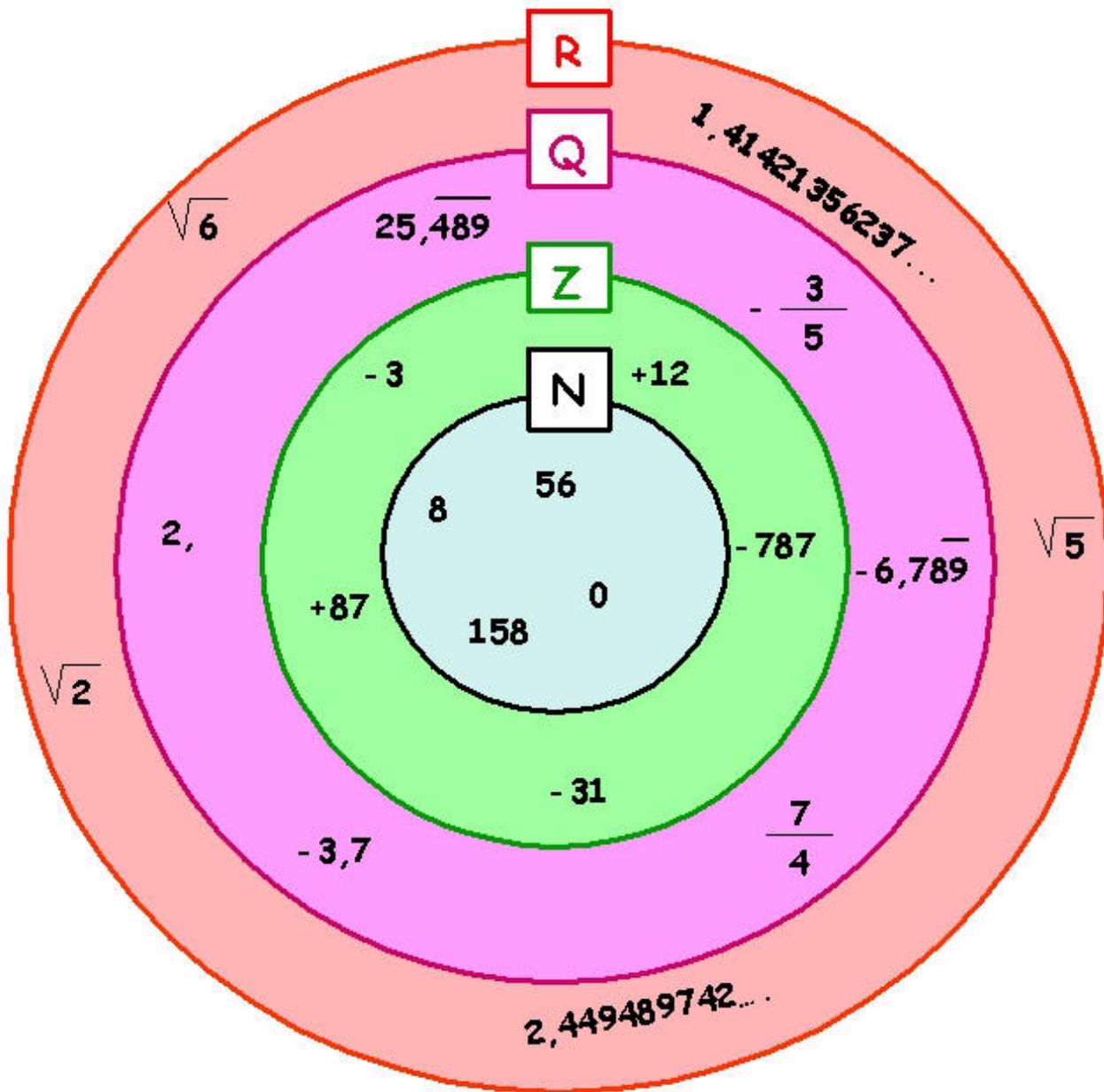
$$+\frac{4}{3} a^2 b$$

$$-\frac{4}{3} a^2 b$$

**ATTENZIONE:** La dicitura monomio frazionario in realtà non esiste, è un termine erroneamente usato nei testi delle scuole medie, alle superiori, in realtà in algebra si chiama **FRAZIONE ALGEBRICA**.



# L'INSIEME DEI NUMERI



**R = Numeri Reali** (tutti i numeri)

- $R^+$  = Numeri reali positivi
- $R^-$  = Numeri Reali negativi

**Q = Numeri Razionali** (tutte le frazioni e tutti i numeri che si possono trasformare in frazioni, quindi numeri finiti)

- $Q^+$  = i numeri razionali positivi
- $Q^-$  = i numeri razionali negativi

**Z = Numeri Interi Relativi** (numeri interi con davanti + o -)

- $Z^+$  = è l'insieme dei numeri relativi positivi
- $Z^-$  = è l'insieme dei numeri relativi negativi

**N = Numeri Naturali** (numeri interi)



# MOLTIPLICAZIONI FRA MONOMI

## CON ESPONENTI SOLO POSITIVI

$$(-2 a b^3 c) \cdot (4 a^2 b c^2 x y)$$

$$-8 a b^{3+1} c^{1+2} x y$$

$$-8 a b^4 c^3 x y$$

### ATTENZIONE

Ricordarsi regole segni vedere mappa riassuntiva

Gli esponenti si sommano

## CON NUMERI POSITIVI E NEGATIVI

$$\left[ -\frac{1}{7} a^{-3} b^{-4} c^2 x \right] \cdot \left( \frac{2}{1} a b^{-2} c^{-3} x^{-1} \right)$$

$$-\frac{2}{7} a^{-3+1} b^{-4-2} c^{2-3} x^{1-1}$$

$$-\frac{2}{7} a^{-2} b^{-6} c^{-1} x^0$$

$$-\frac{2}{7} a^{-2} b^{-6} c^{-1}$$

### ATTENZIONE

Ricordarsi regole segni vedere mappa riassuntiva

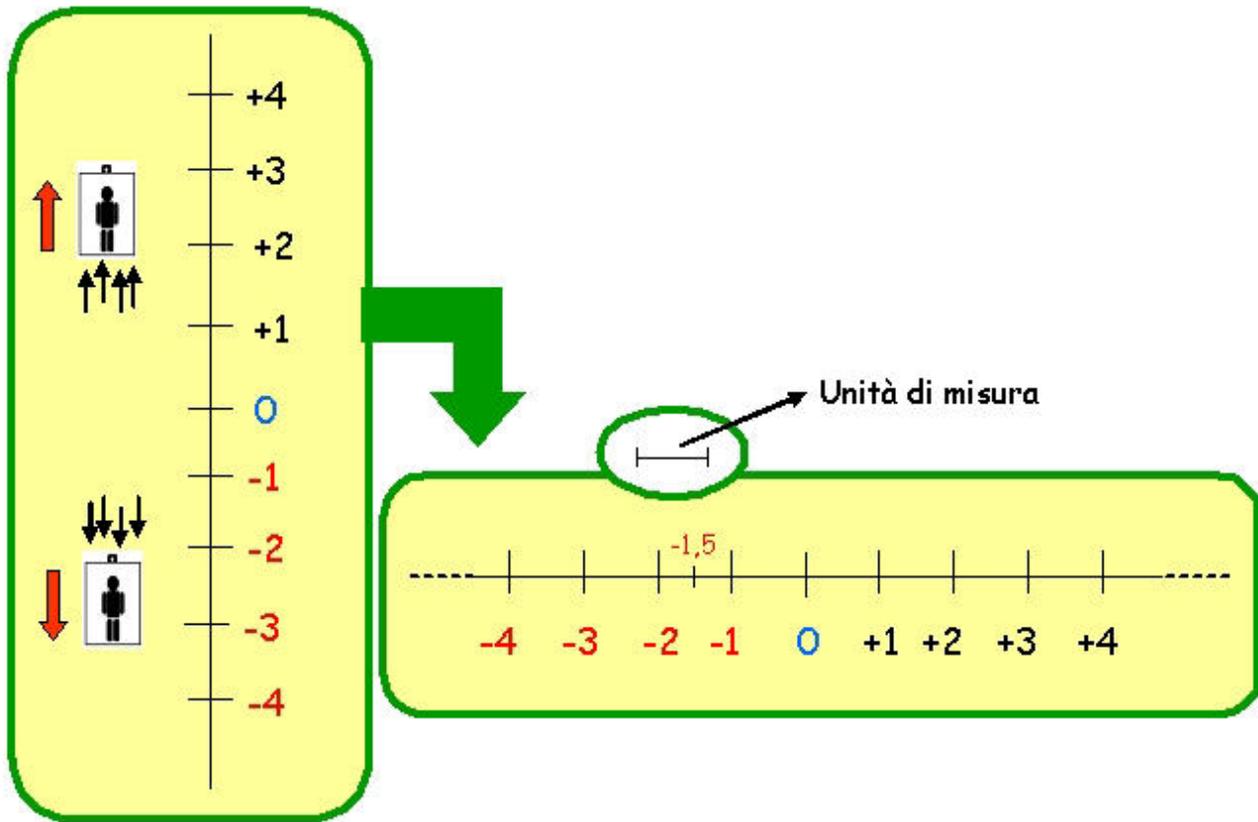
Gli esponenti si sommano e si sottraggono seconda la regola dei segni

Se ce un esponente con 0 (Zero)  
La lettera sparisce

Il **GRADO COMPLESSIVO** è la somma degli esponenti di ciascuna lettera che compone il monomio



# NUMERI RELATIVI



## NUMERI RELATIVI INTERI

Sono numeri INTERI preceduti dal simbolo (+ o -)

## NUMERI RELATIVI RAZIONALI

Sono numeri DECIMALI LIMITATI O FRAZIONI  
Preceduti dal simbolo (+ o -)

## NUMERI RELATIVI IRRAZIONALI

Sono numeri DECIMALI ILLIMITATI  
Preceduti dal simbolo (+ o -)  
(Numeri con radice quadrata)

## CARATTERISTICHE DEI NUMERI RELATIVI

Questa è una barretta di cioccolata, Luisa ne mangia 3 pezzi cioè

$$-\frac{3}{4} \rightarrow \text{VALORE ASSOLUTO}$$

$$-3 - 4$$

CONCORDI  
Perché hanno lo stesso segno

$$+3 - 4$$

DISCORDI  
Perché hanno diverso segno

$$+\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$$

OPPOSTI  
Perché hanno il segno opposto, e lo stesso  
Valore assoluto (= il numero)

$$+4 > -9$$

QUALSIASI numero POSITIVO  
È MAGGIORE ( $>$ ) di un numero negativo

$$-21 > -63$$

FRA 2 NUMERI NEGATIVI  
È maggiore ( $>$ ) quello che ha il VALORE ASSOLUTO  
(= numero) più piccolo

$$+12 > +9$$

FRA 2 NUMERI POSITIVI  
È maggiore ( $>$ ) quello che ha il VALORE ASSOLUTO  
(= numero) più grande

$$0 (=zero)$$

LO ZERO è  
MINORE di tutti i numeri positivi (+) e  
MAGGIORE di tutti i numeri negativi (-)



## DIVISIONI FRA MONOMI

$$\boxed{\begin{array}{ccc} +14 a^4 b^3 & : & (-2 a b^2) = -7 a^3 b = \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{DIVIDENDO} & \text{DIVISORE} & \text{QUOZIENTE} \end{array}}$$

### CON NUMERI INTERI

$$+14 a^4 b^3 : (-2 a b^2) =$$

$$\begin{array}{c} \curvearrowright \\ \text{:} \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$-7 a^{4-1} b^{3-2} =$$

$$-7 a^3 b =$$

### CON LE FRAZIONI

$$\left(-\frac{3}{4} a^4 b^3\right) : \left(+\frac{6}{5} a b^2\right)$$

$$\left(-\frac{\cancel{3}^1}{4}\right) \cdot \left(+\frac{5}{\cancel{6}_2}\right) a^{4-1} b^{3-2} =$$

$$= -\frac{5}{8} a^3 b$$

**Il QUOZIENTE FRA DUE MONOMI** è un monomio avente per coefficiente il quoziente dei coefficienti, e per parte letterale tutte le lettere del dividendo aventi per esponente la differenza degli esponenti con cui ciascuna compare al dividendo e al divisore

### SE UN MONOMIO "A" NON E' DIVISIBILE PER IL MONOMIO "B"

$$6 a^3 b : 5 x^2 y = \frac{6 a^3 b}{5 x^2 y}$$



## OPERAZIONI FRA NUMERI RELATIVI

( + e + )

si fa l'addizione

( - e - )

si fa l'addizione

E si lascia il segno davanti così com' è

( - e + )

( + e - )

si fa la SOTTRAZIONE  
e il SEGNO  
che devi usare è quello col  
NUMERO MAGGIORE

### I SEGNI CON LE PARENTESI

$$+ ( + = +$$

$$- ( - = +$$

$$- ( + = -$$

$$+ ( - = -$$

### I SEGNI CON LA MOLTIPLICAZIONE

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$- \cdot + = -$$

$$+ \cdot - = -$$



## TRUCCHETTI

### Con le DIVISIONI con i monomi

☺ Se i COEFFICIENTI (=i numeri) non si possono dividere fra loro

$$(-9 \times^3 y^3 z) : (-5 \times y^3) =$$

Si mettono in frazione il primo numero sopra e il secondo sotto

$$\frac{9}{5} \times^{3-1} y^{3-3} z =$$

$$\frac{9}{5} \times^2 \cancel{y^0} z =$$

$$\frac{9}{5} \times^2 z$$

☺ il primo COEFFICIENTE (= numero) è più piccolo del secondo, e sono fra loro divisibili (=cioè viene un numero senza virgola)

$$(-4 a^5 b^3 c) : (-8 a^2 b c) =$$

Al NUMERATORE (=sopra) si mette 1 e al DENOMINATORE (=sotto) il risultato della divisione fra il secondo e il primo numero

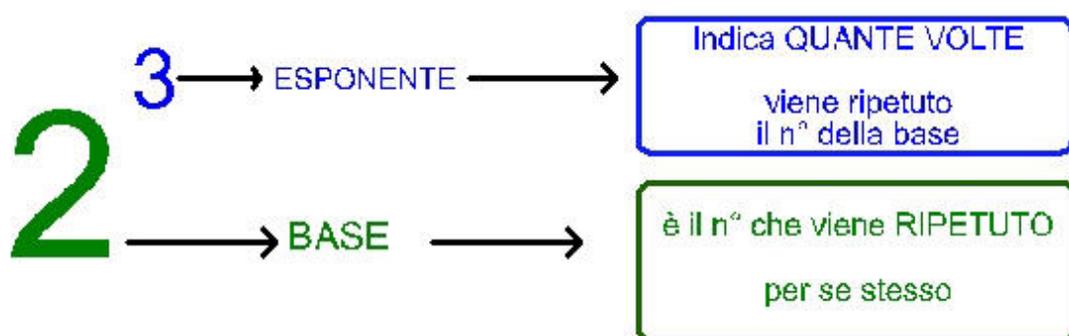
$$\frac{1}{2} a^{5-2} b^{3-1} c^{1-1} =$$

$$\frac{1}{2} a^3 b^2 \cancel{c^0} =$$

$$\frac{1}{2} a^3 b^2$$



## POTENZE NEI NUMERI RELATIVI



$$(+4)^4 = (+4) \cdot (+4) \cdot (+4) \cdot (+4) = +16$$

$$(+3)^3 = (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = +27$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$$

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

Se la BASE è POSITIVA se ha esponente pari il risultato sarà positivo  
se ha esponente dispari il risultato sarà negativo

Se la BASE è NEGATIVA se ha esponente pari il risultato sarà positivo  
se ha esponente dispari il risultato sarà negativo



## ADDIZIONE ALGEBRICA

**MONOMI SIMILI** = stessa parte letterale

$$-5 ab + \frac{3}{2} ab - \frac{1}{3} ab =$$

$$\left(-5 + \frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right) ab = \frac{-30 + 9 - 2}{6} = \frac{23}{6}$$

**MONOMI non sono tutti SIMILI** = stessa parte letterale

$$-\frac{1}{2} ab^2 + \frac{3}{4} a^2 b^3 + \frac{2}{3} ab^2 - \frac{5}{2} a^2 b^3$$

$$\left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) ab^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2}\right) a^2 b^3 =$$

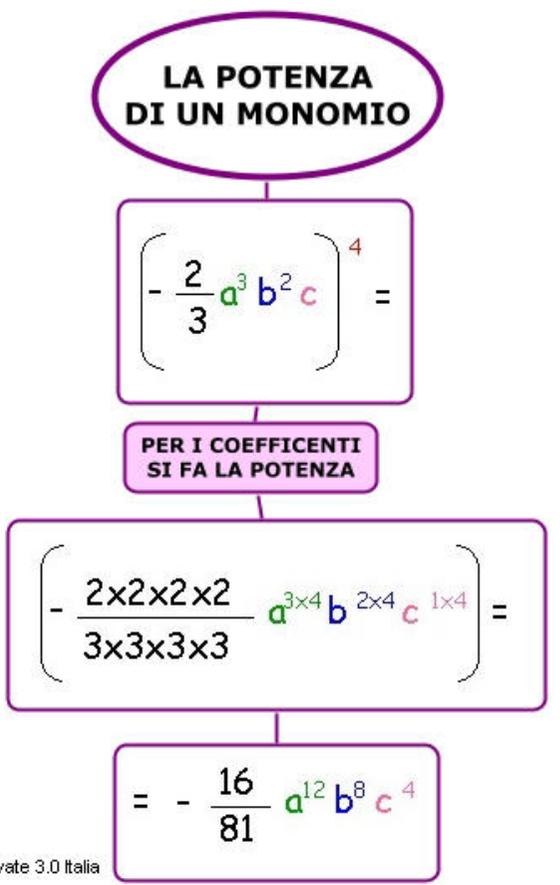
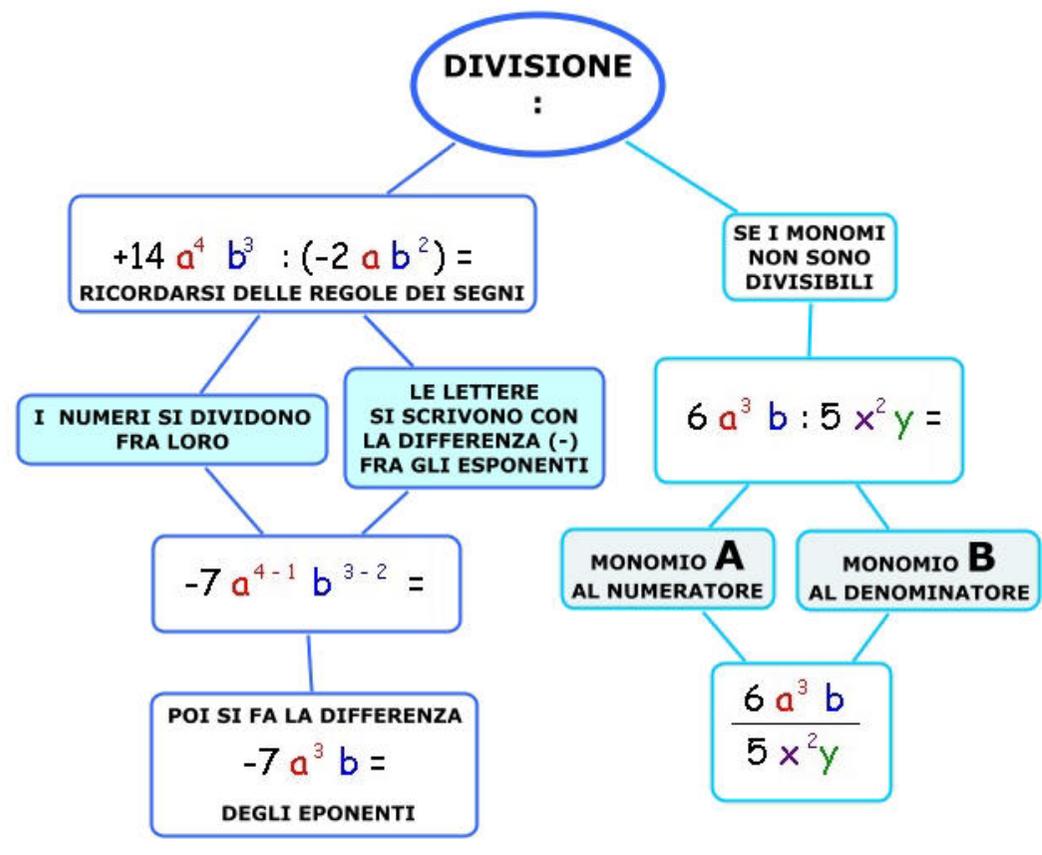
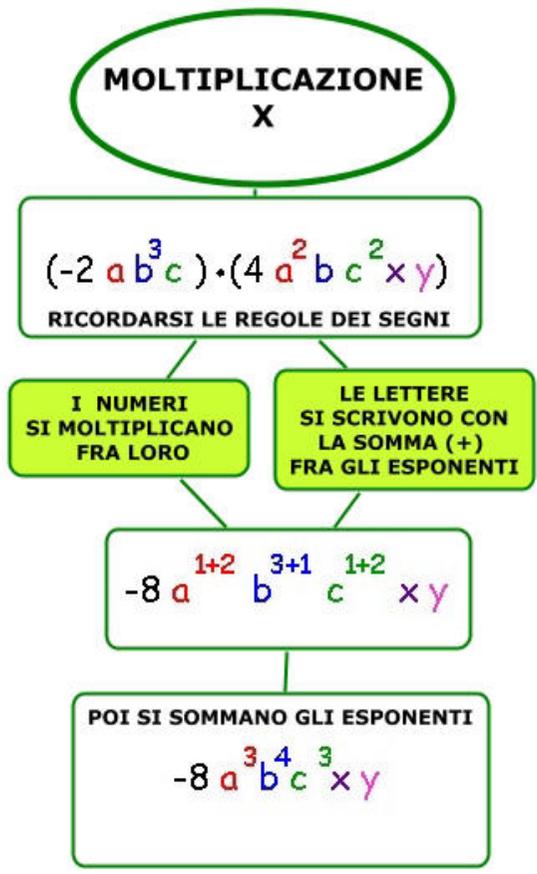
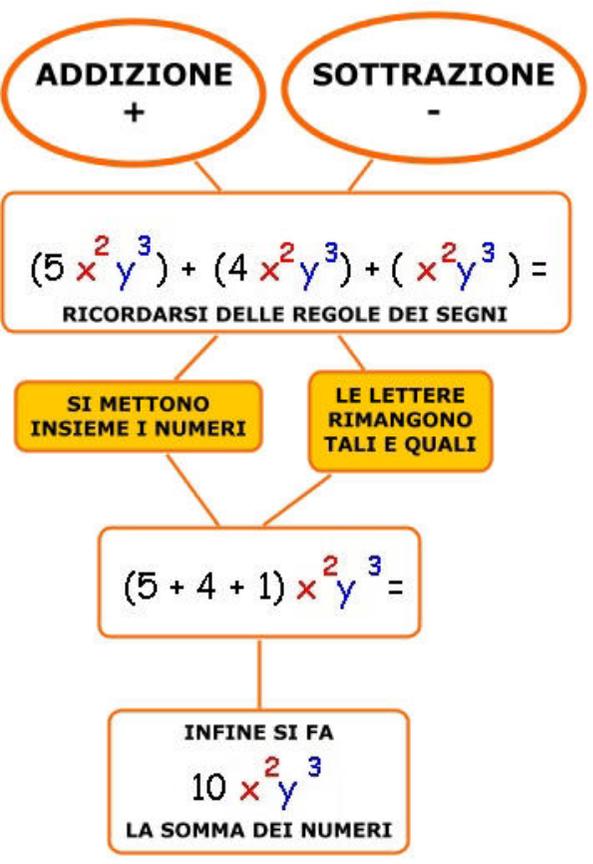
$$\frac{-3 + 4}{6} ab^2 + \frac{3 - 10}{4} a^2 b^3 =$$

$$\frac{1}{6} ab^2 + \left(-\frac{7}{4}\right) a^2 b^3 = \frac{1}{6} ab^2 - \frac{7}{4} a^2 b^3$$

**SE NON CI SONO PARTI LETTERALI SIMILI**

NON SI POSSONO SOMMARE

# ESPRESSIONI FRA MONOMI





## LA POTENZA DI UN MONOMIO

$$\left(-\frac{2}{3}a^3b^2c\right)^4 =$$

$$\left(-\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} a^{3 \times 4} b^{2 \times 4} c^{1 \times 4}\right) =$$

NON SCRIVERE  
LO SVOLGIMENTO

$$= -\frac{16}{81} a^{12} b^8 c^4$$

La **potenza di un monomio** è il prodotto di più fattori uguali a quel monomio

La **potenza n-esima di un monomio** è un monomio che ha  
Per coefficiente la potenza n-esima del coefficiente  
e la cui parte letterale, è formata da tutte le lettere  
Aventi per esponente il prodotto del proprio esponente n.



# I POLINOMI

$$5ab^2 - \frac{1}{3}a^2b + 3abc$$

Abbiamo visto che la somma di  
Monomi **NON simili**  
**NON SI PUO' FARE**

Questo tipo di espressione si chiama  
**POLINOMIO**

$$\frac{5}{4}a^2b^3 - \frac{1}{3}ab^2 + 7a^3 - \frac{1}{4}ab^3$$

Termini

I **POLINOMI** si differenziano in:

Se hanno **2** termini **BINOMIO**

Se hanno **3** termini **TRINOMIO**

Se hanno **4** termini **QUADRINOMIO**

Se ne hanno **+ DI 4** termini si dice **POLINOMIO di 5-6-7...n TERMINI**

$$\frac{3}{4}a^2b + 4ab^2 - \frac{7}{3}ab$$

Questo polinomio è un  
**POLINOMIO INTERO**

Perché **NON** ha parte letterale  
nè nel **NUMERATORE**  
nè nel **DENOMINATORE**

$$\frac{1}{2}ab^2 - \frac{a}{b^2} + \frac{5a^2b}{c}$$

Questo polinomio è un  
**POLINOMIO FRAZIONARIO**

Perché ha parte letterale  
Sia nel **NUMERATORE**  
Sia nel **DENOMINATORE**



# PROPRIETA' DELLE POTENZE

VALIDE PER TUTTI I TIPI DI NUMERI

NUMERI INTERI

56

FRAZIONI

$\frac{1}{7}$

NUMERI RELATIVI

-9

BASE UGUALE  
ESPONENTE DIVERSO

PROPRIETA'

1

$$2^3 \cdot 2^5 =$$

$$= 2^{3+5} = 2^8$$

PROPRIETA'

2

$$2^5 : 2^3$$

$$= 2^{5-3} = 2^2$$

PROPRIETA'

3

$$(5^2)^3$$

$$= 5^{2 \cdot 3} = 5^6$$

BASE DIVERSA  
ESPONENTE UGUALE

PROPRIETA'

4

$$5^2 \cdot 3^2$$

$$= (5 \cdot 3)^2 = 15^2$$

PROPRIETA'

5

$$15^2 : 3^2$$

$$(15 : 3)^2 = 5^2$$

# SCHEMA SULLE REGOLE DEI SEGNI



SE CI SONO  
LE PARENTESI

$$\begin{aligned} + (+) &= + \\ - (-) &= + \\ - (+) &= - \\ + (-) &= - \end{aligned}$$

CON LA  
MOLTIPLICAZIONE

$$\begin{aligned} (+) \cdot (+) &= + \\ (-) \cdot (-) &= + \\ (-) \cdot (+) &= - \\ (+) \cdot (-) &= - \end{aligned}$$

CON LE POTENZE

SE LA BASE

E'

POSITIVA  
+

NEGATIVA  
-

ESPONENTE  
PARI

ESPONENTE  
DISPARI

ESPONENTE  
PARI

ESPONENTE  
DISPARI

$$+$$

$$+$$

$$+$$

$$-$$

● PARI ● DISPARI

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20



# OPERAZIONI CON I POLINOMI

## Addizione algebrica

$$\left(-\frac{3}{2}x^2 + 5xy + y^2\right) + \left(x^2 - \frac{1}{2}xy - y^2\right) - \left(2x^2 - 3xy - \frac{1}{2}y^2\right)$$

**Prima si tolgono le parentesi,**

ricordarsi le regole dei segni con tutti quelli dentro le parentesi

$$-\frac{3}{2}x^2 + 5xy + y^2 + x^2 - \frac{1}{2}xy - y^2 - 2x^2 + 3xy + \frac{1}{2}y^2 =$$

poi si eseguono le operazioni fra i monomi simili

$$\left(-\frac{3}{2} + 1 - 2\right)x^2 + \left(5 - \frac{1}{2} + 3\right)xy + \left(1 - 1 + \frac{1}{2}\right)y^2 =$$

$$\frac{-3+2-4}{2}x^2 + \frac{10-1+6}{2}xy + \frac{1}{2}y^2 =$$

$$-\frac{5}{2}x^2 + \frac{15}{2}xy + \frac{1}{2}y^2$$

# OPERAZIONI CON I POLINOMI

## DIVISIONI

### Divisione fra un polinomio e un monomio

Per dividere un **POLINOMIO** per un **MONOMIO** si divide ciascun termine del polinomio per il monomio, e si addizionano i prodotti **SIMILI OTTENUTI** (se ci sono)

$$\left( -\frac{3}{4} a^4 b - 6 a^3 b^2 + \frac{1}{2} a^2 b \right) : \left( \frac{1}{2} a^2 b \right) =$$

$$\left( -\frac{3}{4} a^4 b : \frac{1}{2} a^2 b \right) + \left( -6 a^3 b^2 : \frac{1}{2} a^2 b \right) + \left( \frac{1}{2} a^2 b : \frac{1}{2} a^2 b \right) =$$

$$\left( -\frac{3}{\cancel{4}_2} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{1} a^{4-2} b^{1-1} \right) + \left( -6 \cdot \frac{2}{1} a^{3-2} b^{2-1} \right) + \left( \frac{1}{\cancel{2}_1} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{1} a^{2-2} b^{1-1} \right)$$

$$-\frac{3}{4} a^2 \cancel{b^0} + \left( -12 a^1 b^1 \right) + 1 \cancel{a^0} \cancel{b^0}$$

$$-\frac{3}{2} a^2 - 12 a b + 1$$





# OPERAZIONI CON I POLINOMI

## MOLTIPLICAZIONE

### Moltiplicazione fra un polinomio e un monomio

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{1}{2}a^2 + 2ab - \frac{3}{4}b^2 \right) \cdot (-2ab) \\ &= -\frac{1}{2}a^2(-2^1ab) + 2ab(-2ab) - \frac{3}{4}b^2(-2^1ab) = \\ &= +a^3b - 4a^2b^2 + \frac{3}{2}ab^3 \end{aligned}$$

Per moltiplicare un **POLINOMIO** per un **MONOMIO** si moltiplica ciascun termine del polinomio per il monomio, e si addizionano i prodotti **SIMILI OTTENUTI** (se ci sono)

### Moltiplicazione fra due polinomi

Per moltiplicare un **POLINOMIO** per un **POLINOMIO** si moltiplica ciascun termine del 1° polinomio, per ciascun termine del 2° polinomio e poi si addizionano i prodotti **SIMILI** ottenuti (se ci sono)

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{3}{2}a^2b + 2ab^2 - b^2 \right) \left( 3a - 2b \right) = \\ & \left( -\frac{3}{2}a^2b \cdot 3a \right) + \left( -\frac{3}{2}a^2b \cdot \cancel{2}b \right) + \left( 2ab^2 \cdot 3a \right) + \left( 2ab^2 \cdot 2b \right) + \left( b^2 \cdot 3a \right) \\ & + \left( b^2 \cdot 2b \right) \\ & \left( -\frac{9}{2}a^{2+1}b \right) + \left( -3a^2b^{1+1} \right) + \left( 6a^{1+1}b^2 \right) + \left( 4ab^{2+1} \right) + \left( 3ab^2 \right) + \left( 2b^{2+1} \right) = \\ & -\frac{9}{2}a^3b - 3a^2b^2 + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 3ab^2 + 2b^3 \end{aligned}$$



# PRODOTTI NOTEVOLI

## Prodotto di due binomi somma e differenza di monomi

$$(a + b)(a - b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

**Il prodotto della somma per la differenza di due monomi è uguale alla differenza dei quadrati dei singoli monomi.**

## Quadrato di un binomio

$$(3x + 2y)^2 = (3x + 2y)(3x + 2y) =$$

$$9x^2 + \underline{6xy} + \underline{6xy} + 4y^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$$

## Per semplificare

### Ricordarsi:

I numeri si moltiplicano  
× se stessi

Gli esponenti si moltiplicano  
× 2

$$(3x + 2y)^2 = 9x^2 + (2 \cdot 3x \cdot 2y) + 4y^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$$

Si scambia il segno (+ o -) con per (·)

Gli esponenti si sommano (+)

**Il quadrato della somma di due monomi è uguale al quadrato del primo monomio, più il doppio prodotto del primo per il secondo, Più il quadrato del secondo.**



## OPERAZIONI CON I POLINOMI

### DIVISIONI

#### Divisione fra un polinomio e un monomio

Per dividere un **POLINOMIO** per un **MONOMIO** si divide ciascun termine del polinomio per il monomio, e si addizionano i prodotti **SIMILI OTTENUTI** (se ci sono)

$$\left( -\frac{3}{4} a^4 b - 6 a^3 b^2 + \frac{1}{2} a^2 b \right) : \left( \frac{1}{2} a^2 b \right) =$$

$$\left( -\frac{3}{4} a^4 b : \frac{1}{2} a^2 b \right) + \left( -6 a^3 b^2 : \frac{1}{2} a^2 b \right) + \left( \frac{1}{2} a^2 b : \frac{1}{2} a^2 b \right) =$$

$$\left( -\frac{3}{4} a^4 b \cdot \frac{2}{1} a^2 b \right) + \left( -6 a^3 b^2 \cdot \frac{2}{1} a^2 b \right) + \left( \frac{1}{2} a^2 b \cdot \frac{2}{1} a^2 b \right) =$$

$$\left( -\frac{3}{2} a^{4-2} b^{2-2} \right) + \left( -12 a^{3-2} b^{2-1} \right) + \left( a^{2-2} b^{1-1} \right) =$$

$$-\frac{3}{2} a^2 - 12 a b + 1$$

# MOLTIPLICAZIONE TRA NUMERI RELATIVI

## DIVISIONE TRA NUMERI RELATIVI

1° FATTORE: moltiplicando  
2° FATTORE: moltiplicatore  
PRODOTTO

termini della moltiplicazione

il VALORE ASSOLUTO DEL RISULTATO è il PRODOTTO tra i due fattori

il SEGNO DEL RISULTATO segue questa regola

$+ \times + = +$   
 $- \times - = +$   
 $+ \times - = -$   
 $- \times + = -$

come si opera?

quali proprietà

COMMUTATIVA

ASSOCIATIVA

L'ELEMENTO NEUTRO E' +1

l'inverso è IL SIMMETRICO che dà come risultato +1

DISTRIBUTIVA rispetto all'addizione algebrica

DIVIDENDO  
DIVISORE  
QUOZIENTE

termini della divisione

come si opera?

quali proprietà

il VALORE ASSOLUTO DEL RISULTATO è il QUOZIENTE tra dividendo e divisore

il SEGNO DEL RISULTATO segue questa regola

$+ : + = +$   
 $- : - = +$   
 $+ : - = -$   
 $- : + = -$

DISTRIBUTIVA rispetto all'addizione algebrica



## SIMBOLI MATEMATICI

$\in$	= appartiene
$\notin$	= non appartiene
$\equiv$	= coincidente con....
$\parallel$	= rette parallele
$\perp$	= rette perpendicolari
$\cap$	= intersezione
$\cup$	= contenuto in....
$\neq$	= diverso da....
$\approx$	= circa
$X$	= incognita
$n$	= numero qualsiasi
$2n$	= numero pari
$2n-1$	= numero dispari
$n - 1$	= numero precedente
$n + 1$	= numero successivo